由题设知，$\angle ADB<90°$，所以 $\cos\angle ADB=\sqrt{1-\frac{2}{25}}=\frac{\sqrt{23}}{5}$.

（2）由题设及（1）知，$\cos\angle BDC=\sin\angle ADB==\frac{\sqrt{2}}{5}$.

在$\triangle BCD$中，由余弦定理得：

$BC^2=BD^2+DC^2-2\cdot BD\cdot DC\cdot\cos\angle BDC$

$=25+8-2\times5\times2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{5}$

$=25$.

所以 $BC=5$.

「点评」

今年本道试题题干简约，凸现本学科的一大特色——简约之美！

近几年第 17 题理科都考查解三角形，估计只有今年的试题最让考生与广大一线教师更欣喜，更接受.解题过程思维自然，流畅，若拥有一定的基础知识与具备一定的运算能力的考生，一般都能作答好，旨在考查基础的分析问题与解决问题的能力.

试题根据已知条件在解答过程中先后用到了正弦定理、同角的平方关系、诱导公式与余弦定理，一步接着一步，一环紧扣一环选择并准确正用公式.试题回归课本，紧扣核心内容，注重基础知识与基本能力的考查，有利于指导中学老师平日的课堂教学，为中学数学高考复习指明了方向，估计这道高考试题的示范效果会有深远的意义！倘若高考试题 8 成都能如此，我看减负真正开始了！

变式练习二

1. 在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=45°$，$AB=2$，$BD=\frac{5}{3}\sqrt{2}$.

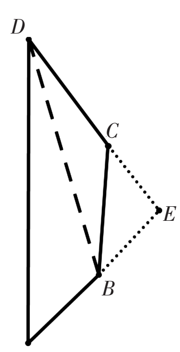
（1）若 $DC\perp AB$，求 $\cos\angle BDC$;

（2）若 $DC=3$，求 BC.

解答：（1）在$\triangle ABD$中，由正弦定理得$\frac{BD}{\sin\angle A}=\frac{AB}{\sin\angle ADB}$.

由题设知，$\frac{\frac{5}{3}\sqrt{2}}{\sin45°}=\frac{2}{\sin\angle ADB}$，所以

$\sin\angle ADB=\frac{3}{5}$.



由题设 $BD=\frac{5}{3}\sqrt{2}>2=AB$，知$\angle ADB<45°$，

所以 $\cos\angle ADB=\sqrt{1-\sin^2\angle ADB}=\sqrt{1-(\frac{3}{5})^2}$

$=\frac{4}{5}$.

由题设 $DC\perp AB$，知$\angle A=\angle ADC=45°$.

故$\cos\angle BDC=\cos(45°-\angle ADB)=\cos45°\cos\angle ADB+\sin45°\sin\angle ADB=\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\angle ADB+\sin\angle ADB)=\frac{\sqrt{2}}{2}(\frac{4}{5}+\frac{3}{5})=\frac{7\sqrt{2}}{10}$.

（2）在$\triangle ABD$ 中，由余弦定理得：

$BC^2=BD^2+DC^2-2\cdot BD\cdot DC\cdot\cos\angle BDC$

$=\frac{50}{9}+9-2\times\frac{5\sqrt{2}}{3}\times3\times\frac{7\sqrt{2}}{10}$

$=\frac{5}{9}$.

所以 $BC=\frac{\sqrt{5}}{3}$.

变式练习三

1. 在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=45°$，$AB=2$，$BD=\sqrt{6}$.

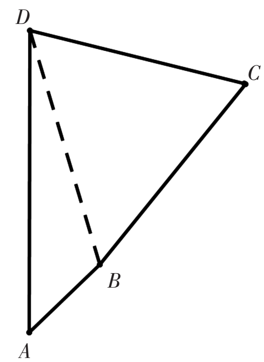
（1）若$\triangle BCD$ 为等边三角形，求 $\cos\angle ADC$;

（2）求 AD.

解答：（1）在$\triangle ABD$ 中，由正弦定理得$\frac{BD}{\sin\angle A}=\frac{AB}{\sin\angle ADB}$.

由题设知，$\frac{\sqrt{6}}{\sin45°}=\frac{2}{\sin\angle ADB}$，

所以 $\sin\angle ADB=\frac{\sqrt{3}}{3}$.



由题设知 $BD=\sqrt{6}>2=AB$，知$\angle ADB<45°$，

所以 $\cos\angle ADB=\sqrt{1-\sin^2\angle ADB}=\sqrt{1-(\frac{\sqrt{3}}{3})^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

由$\triangle BCD$ 为等边三角形，所以$\angle BDC=60°$.

故 $\cos\angle ADC=\cos(60°+\angle ADB)=\cos60°\cos\angle ADB-\sin60°\sin\angle ADB=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{6}-3}{6}$.

（2）在$\triangle ABD$ 中，由余弦定理得：

$AB^2=BD^2+AD^2-2\cdot BD\cdot AD\cdot\cos\angle ADB$，

即 $4=6+AD^2-2\sqrt{6}\times AD\cdot\frac{\sqrt{6}}{3}$，

即 $AD^2-4AD+2=0$.

解得 $AD=2+\sqrt{2}$，或 $AD=2-\sqrt{2}$.

由$\angle ABD=180°-(\angle ADB+45°)>180°-(45°+45°)=90°$，

所以 $AD>\sqrt{6}$，故 $AD=2-\sqrt{2}$ 不合舍去，

所以 $AD=2+\sqrt{2}$.

变式练习四

1. 在平面四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=45°$，$AB=2$，$BD=\sqrt{6}$，DB 为$\angle ADC$ 的角平分线.

（1）求 $\cos\angle ADC$;

（2）若$\triangle BCD$ 的面积为$\sqrt{2}-1$，求对角线 AC 的长.

解答：（1）在$\triangle ABD$中，由正弦定理得$\frac{BD}{\sin\angle A}=\frac{AB}{\sin\angle ADB}$.

由题设知，$\frac{\sqrt{6}}{\sin45°}=\frac{2}{\sin\angle ADB}$，所以$\sin\angle ADB=\frac{\sqrt{3}}{3}$.